

DOI: 10.16285/j.rsm.2016.08.028

大理岩断裂能与细观结构几何特征相关性

姚哨峰¹, 张振南¹, 葛修润¹, 邱一平¹, 徐金明²

(1. 上海交通大学 船舶海洋与建筑工程学院, 上海 200240; 2. 上海大学 土木工程系, 上海 200072)

摘要: 岩石在细观尺度上是由矿物颗粒胶结而成, 除细观结构的力学特性外, 其几何特征(颗粒界面网络结构和颗粒粒度分布)也对宏观断裂能具有一定的影响。为了探索这种几何特征与大理岩断裂能之间的相关性, 从而进一步揭示岩石细观断裂机制, 首先通过三点弯曲试验测定大理岩的断裂能, 然后在试验后的三点弯试件断口处取岩石切片, 进行电镜(SEM)扫描以获取岩石细观结构图像。利用图像处理技术获取岩石细观颗粒的界面网络图。通过对颗粒界面网络图分析, 发现颗粒界面网络拓扑结构与颗粒粒度分布具有较强的分形特征。将二者分形维数与试件宏观断裂能相对比, 发现它们之间具有很强的相关性。界面网络分形维数与宏观断裂能具有很强的二次相关性, 而粒度分布维数与宏观断裂能之间具有较强的线性相关性。宏观断裂能随着两种分形维数的增大而增大。该研究结果揭示了宏观断裂能与岩石细观结构几何特征的相关性, 加深了对宏观断裂能细观机制的理解。

关键词: 岩石; 断裂能; 细观结构; 分形维数; 大理岩

中图分类号: TU 454

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598(2016)08-2341-06

Correlation between fracture energy and geometrical characteristic of mesostructure of marble

YAO Shao-feng¹, ZHANG Zhen-nan¹, GE Xiu-run¹, QIU Yi-ping¹, XU Jin-ming²

(1. School of Naval Architecture, Ocean and Civil Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China;

2. Department of Civil Engineering, Shanghai University, Shanghai 200072, China)

Abstract: Rock consists of mineral grains at the mesoscale. The grain boundaries form an interface network and grain sizes are also uniformly distributed. Besides mechanical properties of mesostructure, the geometrical characters (i.e., topology of grain interface network and grain size distribution) also contribute to fracture energy. The aim of this paper is to explore the effects of geometrical characters on the fracture energy and get insight into the mesomechanism of macro fracture energy of rock. Three-point-bending tests are carried out on marble specimens to obtain the fracture energy of marble. Then a rock slice is taken from fracture surface to obtain the image of mesostructure of rock using the scanning electron microscopy (SEM). The technique of digital image processing is used to obtain the grain interface network. Through analyzing of the interface network, it is found that both the topology of interface network and the grain size distribution present a strong fractal feature. There exists a close correlation between macro fracture energy and the fractal dimensions, in which the fracture energy increases with the increase of the fractal dimension. The relationship between fracture energy and fractal dimension of interface network can be well characterized by the quadratic function, while the relationship between fracture energy and fractal dimension of grain size distribution can be characterized by the linear function. The research results reveal a mesomechanism of macro fracture energy.

Keywords: rock; fracture energy; mesostructure; fractal dimension; marble

1 引言

岩石在细观上是由矿物颗粒组成, 颗粒之间相互胶结形成界面网络结构。岩石细观结构的几何特

征、颗粒及界面力学性质对岩石宏观力学性能起着决定性作用^[1]。近年来, 随着DIP技术的发展^[2-3], 使得人们对岩石力学行为的认识不断地深入到细观层面, 并根据细观结构建立力学模型。尹延春等^[4]

收稿日期: 2014-09-12

基金项目: 国家自然科学基金项目(No.11172172); 国家重点基础研究发展计划(973)项目(No. 2011CB013505)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (NSFC) (11172172) and the National Program on Key Basic Research Project of China (973 Program) (2011CB013505).

第一作者简介: 姚哨峰, 男, 1990年生, 硕士研究生, 主要从事岩石断裂数值模拟方面的工作。E-mail: ifengfire@163.com

通讯作者: 张振南, 男, 1974年生, 博士, 副教授, 主要从事岩石断裂破坏理论与数值模拟、岩石(体)多尺度本构理论方面的研究工作。

E-mail: zhennanzhang@sjtu.edu.cn

对岩石细观结构进行了重构与数值试验研究；于庆磊^[5]，朱泽奇^[6]等直接根据岩石细观结构建立有限元模型。由于分形几何的引入^[7]，使得人们对岩石力学行为的认识更上升了一个层次，谢和平等^[8]对岩石力学行为的分形特征做了总结。

岩石断裂能是描述岩石断裂性能的一个关键性参量。然而，人们对断裂能的认识还只局限于宏观层面，缺少对其细观机制的理解。为了更好地把握岩石宏观断裂行为，有必要加深对断裂能细观机制的认识。岩石宏观断裂总涉及细观颗粒界面的开裂问题，而界面网络拓扑结构与细观裂纹路径相关，因此，界面网络结构的几何特征与宏观断裂能相关。同时，根据对混凝土的研究结果，骨料的级配对混凝土的力学性能影响很大，而岩石细观颗粒大小分布也是不均匀的，因此，细观颗粒粒度的分布特征也应对岩石宏观断裂能具有重要影响。为了探索岩石细观界面网络结构及颗粒粒度分布的几何特征对宏观断裂能的影响，本文将采用分形几何方法对细观结构几何特征进行描述，并试图找出细观结构的分形维度与宏观断裂能的相关性，以加深人们对岩石宏观断裂能的细观机制的理解。

2 试验过程与试验结果

2.1 大理岩断裂能测试

由于本文主要研究大理岩细观结构的几何特征与宏观断裂能之间的相关性，因此，首先要测定大理岩的断裂能。岩石宏观断裂能的测定有多种试验方法，如三点弯曲梁法^[9]、楔入式紧凑拉伸法^[10]等，本文采用三点弯曲梁试验方法对岩石断裂能进行测定。

三点弯曲梁试件如图 1 所示，断裂能定义为形成单位面积的断裂面所需要的能量，因此，三点弯曲梁试验所得的断裂能为

$$G_f = \frac{W + mg\delta}{A} \quad (1)$$

式中： W 为梁中点处所施加的位移-荷载曲线下部的面积； m 为梁的质量； g 为重力加速度； δ 为梁断裂时的荷载作用点处的最大位移； A 为梁中部断裂面的有效面积， $A = (h - a)t$ 。由于试件尺寸较小，梁最终断裂时中点处最大位移 δ 大约在 0.4 mm 左右，因此，梁自重所做的功在本文中忽略不计，只考虑荷载 P 所做的功（即： W ）。

为了尽量减少材料力学属性的差异对宏观断裂能的影响，几组三点弯试件同时选自同一块大理岩。共制作了 9 根三点弯曲梁试件，其形状如图 1 所示，

试件编号及尺寸如表 1 所示。

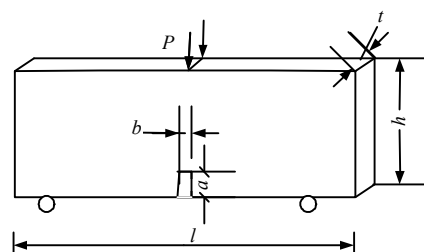


图 1 试验所用试样示意图

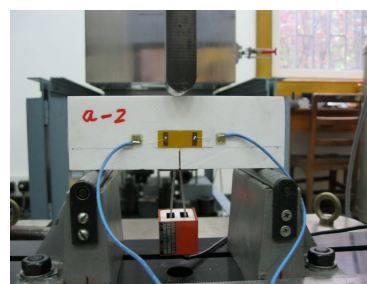
Fig.1 Geometry and dimensions of a specimen

表 1 大理岩三点弯曲梁试件编号及几何尺寸（单位：mm）

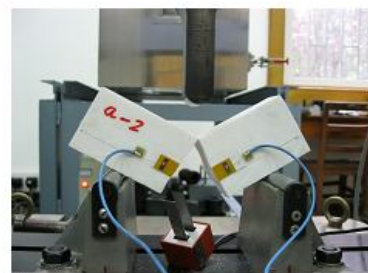
Table 1 Dimensions of specimens for three-point bending tests (unit: mm)

试件编号	h / mm	t / mm	a / mm
A ₁	50.8	25.8	12.0
A ₂	50.6	25.7	11.5
A ₃	50.2	25.5	12.8
A ₄	50.8	25.8	12.8
B ₁	50.6	26.0	13.0
B ₂	50.1	25.6	12.8
B ₃	50.3	24.6	11.8
B ₄	50.4	26.0	12.9
B ₅	50.4	25.6	12.8

试验是在材料伺服机上进行。试验装置及试验前、后的试件如图 2 所示，加载速率为 1 mm/min。试验过程采用信号采集器自动记录所施加荷载及加载点位移值。



(a) 试验机及试验前试件



(b) 试验后的试件

图 2 试验装置及试件

Fig.2 Experimental equipment and a specimen

2.2 试验结果

所记录的典型的荷载 P 与加载点位移的曲线如图 3 所示。荷载 P 所做的功 W 为荷载-位移曲线下的面积。因此, 根据荷载-位移曲线及式 (1) 可得每个试件的断裂能, 结果如表 2 所示。

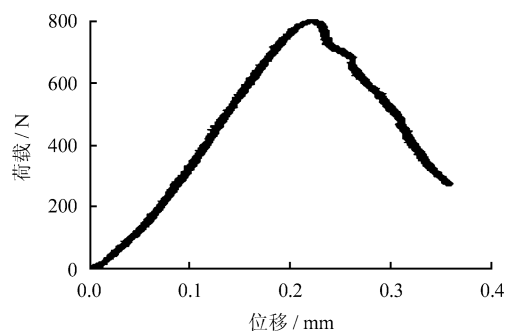


图 3 典型的荷载与加载点位移曲线 (试件 A_1)

Fig.3 A typical load-displacement curve (Specimen A_1)

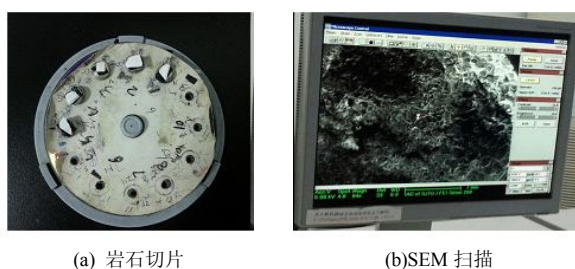
表 2 大理岩断裂能测试结果

Table 2 Tested fracture energy of marble

试件编号	最大荷载 / N	最大位移 / mm	断裂能 / (N/m)
A_1	800	0.36	161.1
A_2	700	0.55	152.8
A_3	990	0.52	199.5
A_4	720	0.35	191.3
B_1	765	0.28	165.6
B_2	890	0.28	180.0
B_3	1 090	0.26	151.6
B_4	1 370	0.32	225.6
B_5	1 100	0.36	135.7

3 岩石细观结构扫描

为了更准确地反映细观界面网络结构与断裂能之间的关系, 三点弯曲试验完成后对每个试件在断口处取岩石切片, 对其表面进行喷金处理 (如图 4 所示), 然后进行电镜 (SEM) 扫描。



(a) 岩石切片

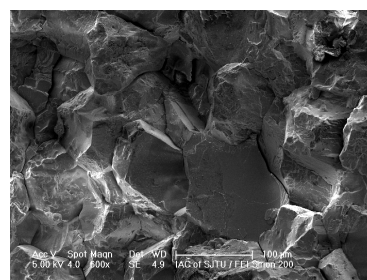
(b) SEM 扫描

图 4 岩石切片以及 SEM 扫描

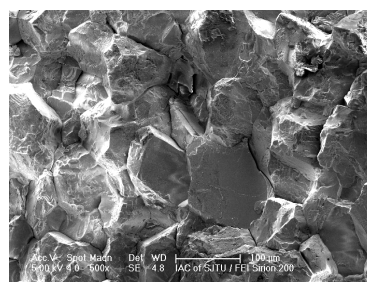
Fig.4 Rock slice and its SEM photo

在对岩石切片进行 SEM 扫描时, 对每个切片都摄取不同放大倍数的图像, 如图 5 所示。从这些

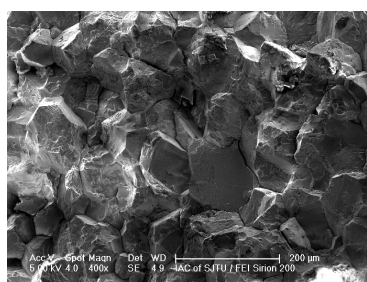
图像中可以看出, 岩石在细观上是由矿物颗粒组成, 颗粒之间相互胶结, 颗粒之间有很多细观缺陷。



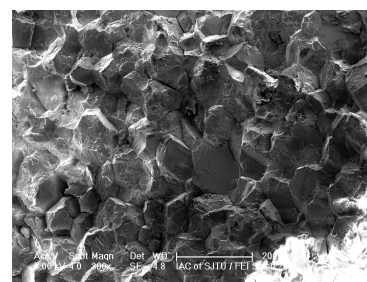
(a) 600 倍



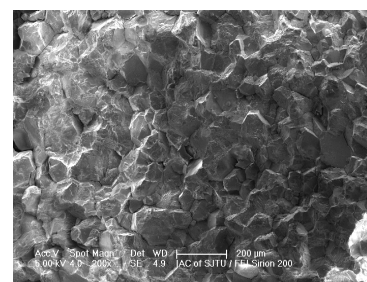
(b) 500 倍



(c) 400 倍



(d) 300 倍



(e) 200 倍

图 5 放大不同倍数的细观结构图像 (试件 A_2)

Fig.5 SEM images of rock mesostructure with different magnifications (Specimen A_2)

4 岩石细观结构图像处理与结果

为了提取颗粒界面网络结构, 首先对每一幅 SEM 图像进行处理得到细观颗粒边界的二值图 (见图 6), 以便进行分形几何分析及统计颗粒粒度的分布。

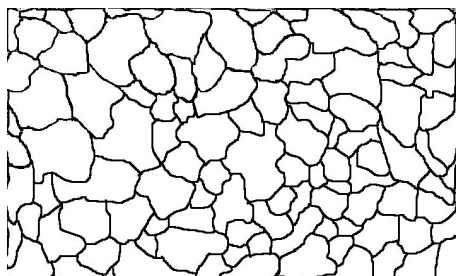


图 6 岩石颗粒界面网络结构 (试件 A₂)

Fig.6 Interface network of rock grains (Specimen A₂)

4.1 界面网络的几何特征

由图 6 可看出, 界面网络似乎具有分形特征, 为此, 本文先对这种结构是否具有分形特征加以检验。根据文献[11]中盒维数的定义及计算方法, 对二值图 (见图 6) 进行网格划分与统计, 可以得到一系列网格大小与相应覆盖网格数的数据对, 通过拟合相应的数据对便可以得到相应的盒维数。将二值图对应的数字矩阵划分成若干正方形, 使得每一个小正方形的边长为 δ_k , (序列 δ_k 取为 2^{-k} , $k = 0, 1, 2, \dots$), 然后把包含白色像素点的正方形单元的总数记作 N_k , 当 δ_k 趋于 0 时, $\lg N_k / \lg(1/\delta_k)$ 趋于常数, 在双对数坐标下观察数据点 $(-\lg(\delta_k), \lg N_k)$ 。如果这些数据点满足线性规律, 则网络结构具有分形特征, 分形维数 D_B 即为回归直线的斜率; 反之, 则不是一个分形结构。通过对每个试件不同放大倍数的界面网络进行分析, 发现 $\lg N_k - \lg(1/\delta_k)$ 具有很强的线性相关性, 如图 7 所示 (A₂-04 表示试样 A₂ 编号为 4 的扫描图, 下同)。取每个试件不同放大倍数的结构图的分形维数的平均值作为该试件的界面网络分形维数, 其结果列于表 3。

4.2 颗粒粒度分布的几何特征

通过对岩石颗粒边界二值图进行分析, 可以统计出每个颗粒的面积 S , 然后根据 S 换算得到颗粒等效半径 $r = \sqrt{S/\pi}$ 。根据颗粒等效半径, 可以统计出颗粒粒度分布图, 如图 8 所示。

根据文献[12], 如果颗粒粒度分布满足如下规律, 则该颗粒粒度分布具有分形特征:

$$\lg\left(\frac{N}{N_0}\right) = D \lg\left(\frac{r_{\max}}{r}\right) \quad (2)$$

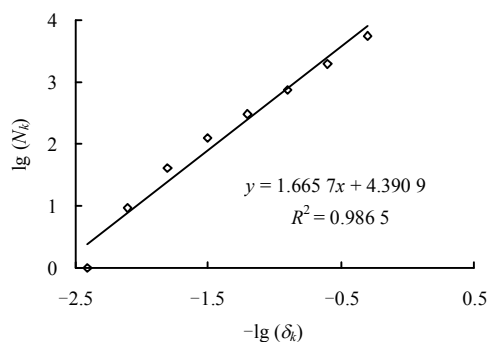


图 7 岩石颗粒界面网络结构的 $-\lg\delta_k - \lg N_k$ 的相关关系 (试件 A₂-04)

Fig.7 Correlation between $-\lg\delta_k$ and $\lg N_k$ of interface network of rock grains (Specimen A₂-04)

表 3 不同试件的界面网络结构的分形维数计算结果及相关度

Table 3 Calculated results of fractal dimension and correlation degrees of specimens

试样编号	分形维数	相关度
A ₁	1.706 0	0.985 4
A ₂	1.665 7	0.986 5
A ₃	1.806 8	0.987 0
A ₄	1.797 0	0.986 9
B ₁	1.762 2	0.985 7
B ₂	1.765 6	0.986 9
B ₃	1.623 8	0.986 1
B ₄	1.847 8	0.987 3
B ₅	1.614 4	0.983 5

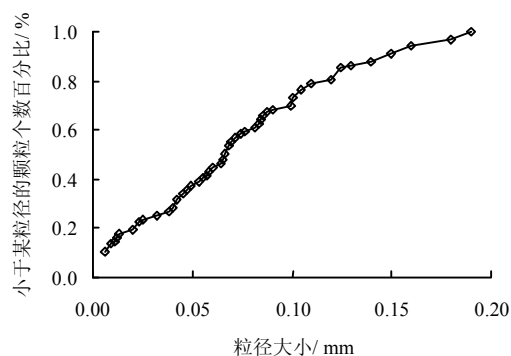


图 8 颗粒粒度统计分布图 (试件 A₁-06)

Fig.8 The curve of grain size distribution (Specimen A₁-06)

式中: r 为粒度对象特征半径; N 为半径大于等于 r 的粒度对象的个数; N_0 为具有最大特征半径 $r_{\max}$ 的粒度个数; D 为粒度对象尺度-频率分布指数, 亦即是粒度半径分布的分形维数。通过对所有样本的统计可得出每个图片的 $(\lg(N/N_0), \lg(r_{\max}/r))$ 都具有很强的线性关系, 如图 9 所示。

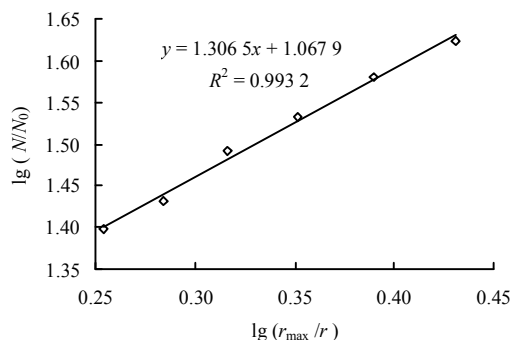


图 9 颗粒粒度分布的 $\lg(r_{\max}/r)$ - $\lg(N/N_0)$ 相关性 (试件 A₃-05)

Fig.9 Correlation between $\lg(r_{\max}/r)$ and $\lg(N/N_0)$ of the grain size distribution (Specimen A₃-05)

因此,大理岩细观颗粒粒度分布具有分形特征,通过对每个试件不同 SEM 图像所得的分形维度取平均,每个试件所得的颗粒粒度分布分形维度及相关度如表 4 所示。

表 4 不同试件的颗粒粒度分布分形维数及相关度
Table 4 Fractal dimension and correlation degrees of grain size distribution of specimens

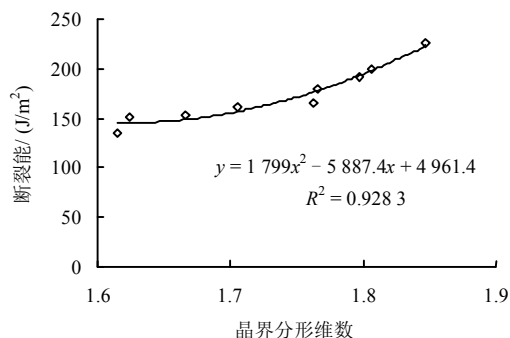
试样编号	分形维数	相关度
A ₁	1.024 4	0.974 7
A ₂	0.944 3	0.972 7
A ₃	1.262 9	0.964 8
A ₄	1.419 1	0.993 0
B ₁	1.036 2	0.947 5
B ₂	1.195 0	0.989 0
B ₃	0.938 1	0.964 9
B ₄	1.483 5	0.974 7
B ₅	0.864 4	0.971 2

根据表 2~4 可以得到细观结构的分形维数与宏观断裂能的关系如图 10 所示。由图 10(a)可以得出,界面网络结构的分形维数与宏观断裂能之间具有很好的二次函数的关系,而颗粒粒度分布与宏观断裂能之间具有很好的线性关系(如图 10(b)所示)。

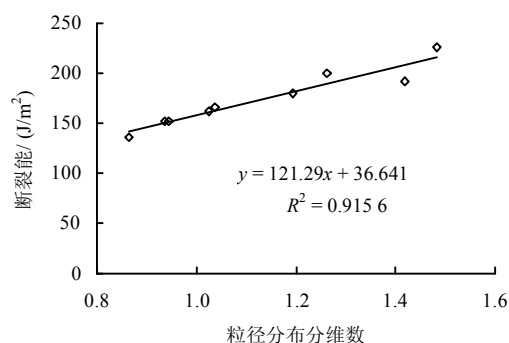
从图 10(a)的变化趋势上看,宏观断裂能随着岩石晶界的分形维数的增大而增大,两者之间有着密切的联系。在准静态加载过程中微裂纹多沿颗粒边界曲折扩展而发生沿晶断裂^[13-15],晶界维数越大,晶界越密集,断裂过程中所破坏的晶界面就越多,宏观上产生单位面积的裂纹所消耗的能量就越大,因而断裂能就越大,它们之间呈现很好的二次函数关系。

而粒度分布维度越大,断裂能就越大,这说明岩石也存在级配效应,当粗细颗粒按最大维度组合时,其宏观断裂能就越大,因此,材料的断裂韧度

就越高。



(a) 断裂能和界面网络结构的分形维数的关系



(b) 断裂能和颗粒粒径分布的分形维数的关系

图 10 岩石微观结构的分形维数与断裂能的相关性
Fig.10 Correlation between fractal dimension of mesostructure and fracture energy

5 结 论

(1) 大理岩细观颗粒界面网络结构具有明显的分形特征,通过回归分析得出界面网络结构的分形维数与宏观断裂能具有很强的二次相关性,分形维数越大,宏观断裂能就越高;

(2) 大理岩细观颗粒尺度分布也呈明显的分形特征,通过回归分析得出颗粒粒度分布的分形维数与宏观断裂能具有很强的线性关系,分形维数越大,宏观断裂能就越高。

(3) 本研究揭示了大理岩细观结构的分形特征以及相应分形维数与宏观断裂能之间的相关性,所得结论对于加深理解岩石断裂能的细观机制具有重要意义,对断裂能本质的认识更深入了一步。

参 考 文 献

- [1] 赵斌,王芝银,伍锦鹏.矿物成分和细观结构与岩石材料力学性质的关系[J].煤田地质与勘探,2013,41(3):59-64.
- ZHAO Bin, WANG Zhi-yin, WU Jin-peng. Relation between mineralogical composition and microstructure to

- the mechanical properties of rock materials[J]. **Coal Geology and Exploration**, 2013, 41(3): 59—64.
- [2] YUE Z Q, CHEN S, THAM L G. Finite element modeling of geomaterials using digital image processing[J]. **Computers and Geotechnics**, 2003, 30(5): 375—397.
- [3] 陈从新, 刘秀敏, 刘才华. 数字图像技术在岩石细观力学研究中的应用[J]. 岩土力学, 2010, 31(增刊 1): 53—61.
CHEN Cong-xin, LIU Xiu-min, LIU Cai-hua. Application of digital image processing to rock meso mechanics[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2010, 31(Supp.1): 53—61.
- [4] 尹延春, 赵同彬, 谭云亮, 等. 基于 Otsu 图像处理的岩石细观模型重构及数值试验[J]. 岩土力学, 2015, 36(9): 2532—2540.
YIN Yan-chun, ZHAO Tong-bin, TAN Yun-liang, et al. Reconstruction and numerical test of the mesoscopic model of rock based on Otsu digital image processing[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2015, 36(9): 2532—2540.
- [5] 于庆磊, 唐春安, 朱万成, 等. 基于数字图像处理的岩石细观破裂力学分析[J]. 力学与实践, 2006, 28(4): 60—64.
YU Qing-lei, TANG Chun-an, ZHU Wan-cheng, et al. Digital image processing based modeling of rock failure in meso-scale[J]. **Mechanics in Engineering**, 2006, 28(4): 60—64.
- [6] 朱泽奇, 肖培伟, 盛谦, 等. 基于数字图像处理的非均质岩石材料破坏过程模拟[J]. 岩土力学, 2011, 32(12): 3780—3786.
ZHU Ze-qi, XIAO Pei-wei, SHENG Qian, et al. Numerical simulation of fracture propagation of heterogeneous rock material based on digital image processing[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2011, 32(12): 3780—3786.
- [7] XIE HEPING, KWASNIEWSKI MAREK A. Fractals in rock mechanics[M]. Netherlands: A A Balkema Publishers, 1993.
- [8] 谢和平, 高峰, 周宏伟, 等. 岩石断裂和破碎的分形研究[J]. 防灾减灾工程学报, 2003, 23(4): 1—9.
XIE He-ping, GAO Feng, ZHOU Hong-wei, et al. Fractal fracture and Fragmentation in rocks[J]. **Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering**, 2003, 23(4): 1—9.
- [9] HILLERBORG A. The theoretical basis of a method to determine the fracture energy G_f of concrete[J]. **Materials and Structures**, 1985, 18(4): 291—296.
- [10] 徐世良, 卜丹, 张秀芳. 楔入式紧凑拉伸法确定混凝土的断裂能[J]. 水利学报, 2007, 38(6): 683—689.
XU Shi-lang, BU Dan, ZHANG Xiu-fang. Calculate the fracture energy using wedge splitting compact tensile method[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2007, 38(6): 683—689.
- [11] 彭瑞东, 谢和平, 鞠杨. 二维数字图像分形维数的计算方法[J]. 中国矿业大学学报, 2004, 33(1): 19—24.
PENG Rui-dong, XIE He-ping, JU Yang. Computation method of fractal dimension for 2-D digital image[J]. **Journal of China University of Mining & Technology**, 2004, 33(1): 19—24.
- [12] 高峰, 谢和平, 赵鹏. 岩石块度分布的分形性质及细观结构效应[J]. 岩石力学与工程学报, 1994, 13(3): 240—246.
GAO Feng, XIE He-ping, ZHAO Peng. Fractal properties of size-frequency distribution of rock fragments and the influence of meso-structure[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 1994, 13(3): 240—246.
- [13] 谢和平, 陈至达. 分形几何与岩石断裂[J]. 力学学报, 1988, 20(3): 264—275.
XIE He-ping, CHEN Zhi-da. Fractal geometry and rock fracture[J]. **Mechanics**, 20(3): 264—275.
- [14] 陈芳, 秦昊. 细观尺度下岩石沿晶断裂应力强度因子计算研究[J]. 岩土力学, 2011, 32(3): 941—945.
CHEN Fang, QIN Hao. Study of intercrystalline fracture stress intensity factor of rock in meso-scale[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2011, 32(3): 941—945.
- [15] 赵永红, 黄杰藩, 王仁. 岩石微破裂发育的扫描电镜即时观测研究[J]. 岩石力学与工程学报, 1992, 11(3): 284—294.
ZHAO Yong-hong, HUANG Jie-fan, WANG Ren. Real-time observation of microfracturing process in rock during compression test[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 1992, 11(3): 284—294.